

Список литературы

1. *Аристотель*. Сочинения в 4-х томах. М., 1978. Т.2.
2. *Кэррол Л.* Символическая логика // *Кэррол Льюис*. История с узелками / Пер. с англ. *Ю.А.Данилова*. М., 1973.
3. *Брусенцов Н.П.* Аристотелева силлогистика и гераклитово сосуществование противоположностей // Историко-математические исследования. Вторая серия. М., 2009. Вып.13(48). С.270–273.
4. *Клини С.К.* Математическая логика. М., 1973.

ТРЕХЗНАЧНОЕ ОБОБЩЕНИЕ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ. ПРЕОДОЛЕНИЕ НЕСОВЕРШЕННОСТИ ДНФ ТРЕХЗНАЧНЫМ ОБОБЩЕНИЕМ ЛОГИКИ

Н. П. Брусенцов

Двузначная булева алгебра недостаточна для отображения необходимого следования $x \Rightarrow y$ – важнейшего логического отношения, представленного в естественном языке словосочетаниями: «Все x суть y », «Всем x необходимо присуще y », «Сущность y целиком содержится в сущности x », «Класс x является подклассом класса y , класс y' – подклассом класса x' ». Посредством символа эквивалентности « \equiv » это отношение представимо рекурсией $x = xy$. Однако в дизъюнктивной нормальной форме (ДНФ) представление его неизбежно вырождается либо в эквивалентность $(x = y) \equiv xy \vee x'y'$, либо в парадоксальную «материальную импликацию» $(x \supset y) \equiv xy \vee x'y'$.

Неадекватность булевой алгебры обусловлена тем, что умалчивание членов ДНФ означает в ней исключенность (несуществование) их, тогда как в действительности наряду с исключенностью имеет место несущественность члена для отображаемого отношения. Так, в ДНФ-выражении отношения следования $x \Rightarrow y$ член xy' необходимо исключен, а член $x'y$ игнорируется как несущественный. Если его исключить, возникнет тождество $(x = y)$, а если сохранить, то следование превратится в «материальную импликацию» $(x \supset y)$.

Ясно, что несущественность надо отличать от несуществования-исключенности. Кстати, в элементарных конъюнкциях это различие воплощено. Например, термин y в конъюнкции xyz утверждаем, в $xy'z$ – отрицаем, а в xz – умалчиваем как несущественный, не исключен, но и не необходим (возможен).

Аналогично, в ДНФ умалчиваться должны только несущественные члены, а исключенность надо обозначать специальным символом, например, кэрроловым индексом несуществования «0» [1, с.255].

Отношение необходимого следования $(x \Rightarrow y)$ в обобщенной таким образом булевой алгебре представимо в трехзначной ДНФ,

выражением $xy \vee xy'_0 \vee x'y'$, в котором член $x'y$ умалчивается как несущественный.

Материальная импликация ($x \supset y$) выражается этой же ДНФ, но без умолчания члена $x'y$:

$$(x \supset y) \equiv xy \vee xy'_0 \vee x'y' \vee x'y' \equiv \neg xy' \equiv x' \vee y \equiv (x \Rightarrow y) \vee x'y.$$

В кэрроловом определении следования ($x \Rightarrow y$) $\equiv x_1 \wedge xy'_0$ недостает члена y'_1 , без которого отношение оказывается соблюденным при общезначимом y независимо от x , поскольку xy'_0 у Кэррола означает несуществование xy' [1, с.256]. Полноценным выражением будет $(x \Rightarrow y) \equiv x_1 \wedge xy'_0 \wedge y'_1$.

Но для реальных, сосуществующих с их противоположностями терминов x , x' , y , y' кэрролово несуществование (nullity) xy'_0 равнозначно несовместимости x с y' , обусловленной тем, что в x содержится y , а в y' содержится x' , то есть $x = xy$, $y' = x'y'$. Таким образом, в реальном универсуме Аристотеля кэрролово xy'_0 вынуждает следование ($x \Rightarrow y$) ($y' \Rightarrow x'$).

Взаимосвязанность терминов порождается тем, что в сущности одного содержится сущность другого либо ее противоположность. Если $x = xy$, то есть в x содержится y , то соблюдена xy'_0 – несовместимость x с y' , означающая также $y' = x'y'$. Поэтому $xy'_0 \equiv (x \Rightarrow y)$ ($y' \Rightarrow x'$) – «Все x суть y », «Все y' суть x' », из x необходимо следует y , из y' необходимо следует x' , тогда как $\neg xy' \equiv x' \vee y \equiv (x \supset y)$ ($y' \supset x'$) – «материальная импликация», соблюденная при существовании y независимо от x и при несуществовании x независимо от y .

Наглядным примером является взаимосвязанность квадратности с прямоугольностью и равносторонностью четырехугольника. Все квадраты суть прямоугольники и ромбы, но ни прямоугольник, ни ромб еще не есть квадрат. Прямоугольность и равносторонность целиком содержатся в квадратности. Но не все прямоугольники и ромбы квадратны, квадратность не сказывается о них. Наоборот, прямоугольность и равносторонность необходимо присущи квадратам, сказываются обо всех них.

Аристотель ошибся, полагая что «одно целиком содержится в другом» означает то же, что «другое сказывается обо всем первом» (Первая аналитика, 24b26) [2, с.120]. Но диалектическая трехзначность его силлогистики вопреки общепринятой догме исключенного третьего безупречна.

Список литературы

1. Кэррол Л. Символическая логика // Кэррол Льюис. История с узелками / Пер. с англ. Ю.А. Дашилова. М., 1973.
2. Аристотель. Сочинения в 4-х томах. М., 1978. Т.2.

Опубликовано: Историко-математические исследования.
Вторая серия. Вып. 15 (50). М.: Янус-К, 2014. С. 241-242.