

Парадоксы логики, здравый смысл и диалектический постулат Гераклита-Аристотеля

Н.П. Брусенцов

На протяжении без малого ста лет предпринимаются настойчивые попытки преодолеть парадоксы импликации – характеристической функции лежащего в основании логики отношения следования. Неадекватность содержательному следованию ее «классической» двухзначной разновидности – материальной импликации – обусловила появление строгой, сильной, казуальной, релевантной, коннексивной и ряда трехзначных импликаций. Но проблема так и не решена, а обилие «результатов» свидетельствует о ее запутанности [1, с. 98].

В силлогистике отношение следования представлено общеутвердительной посылкой: «*Всякое x есть y* », сущность которой Аристотель исчерпывающе охарактеризовал в «Первой аналитике» [2, с. 215, 57в1]:

«...когда два [объекта] относятся друг к другу так, что если есть один, необходимо есть и второй, тогда, если нет второго, не будет и первого; однако если второй есть, то не необходимо, чтобы был и первый. Но невозможно, чтобы одно и то же было необходимо и когда другое есть, и когда его нет.»

Здесь «первый» соответствует термину x , а «второй» – термину y . То, что при наличии первого необходимо есть (не может не быть) и второй, означает существование xy -вещей и несуществование xy' -вещей, а то, что при отсутствии второго не будет и первого, – существование $x'y'$ -вещей и, еще раз, несуществование xy' -вещей. То же, что при наличии второго не необходимо, чтобы был и первый, не исключает возможности существования $x'y$ -вещей, настаивая на необходимости его. Невыразимостью именно этого *привходящего* статуса $x'y$ -вещей в двухзначных исчислениях объясняется безуспешность всех попыток адекватно отобразить в них отношение содержательного следования.

Употребив в качестве символа существования вещей (т. е. принадлежности их множеству взаимосвязанных рассматриваемым отношением) префиксную интегральную дизъюнкцию (дизъюнкт) $\forall x$ –

«существуют x -вещи», нетрудно убедиться, что аристотелеву отношению следования соответствует нечеткое множество

$$\forall xy \forall'xy' \forall x'y'$$

Ему необходимо принадлежат x - и $x'y'$ -вещи, антипринадлежат $x'y'$ -вещи, а умолчание принадлежности $x'y'$ -вещей означает ее привходящий статус – $x'y'$ -вещи могут принадлежать либо антипринадлежать, существовать либо не существовать. Дизъюнкт $\forall x$ – синоним льюисова $\diamond x$ [1, с. 12] и модальной функции Mx , интерпретируемых обычно как «Возможность x », что не вполне корректно, поскольку надо различать актуальную возможность (существование) и потенциальную возможность (неисключенность – может существовать, а может не существовать). Вот эту выражаемую умолчанием неисключенность естественней называть просто «возможностью» в противоположность «существованию» и «несуществованию».

Нечеткое множество, «овеществляющее» посылку «Всякое x есть y » представимо с учетом сказанного следующими выражениями:

$$\forall xy \forall'xy' \forall x'y' \equiv \forall x \forall'xy' \forall y' \equiv \diamond x \diamond'xy' \diamond y' \equiv MxM'xy'My'$$

Небезынтересно заметить, что строгой импликации Льюиса $\diamond'xy'$ для того, чтобы стать непарадоксальным следованием, недостает $\diamond x \diamond y'$ – утверждения о существовании x - и y' -вещей. И надо сказать, что это не льюисово упущение, а принципиальный изъян современной логики в целом, причем возникший не самопроизвольно [3, с. 79]:

«...по Аристотелю, высказывание “Все A суть B ” считается истинным, лишь если существуют предметы, которые суть A . Наше отклонение в этом пункте от Аристотеля оправдывается потребностями математических применений логики, где класть в основу аристотелево понимание было бы нецелесообразно».

Вот так, под предлогом математических применений (на самом деле вследствие двухзначности «классических» исчислений) утратили здравый смысл.

Естественная языковая смысл слов «Все A суть B » (“Всякому A присуще B ”, “ B содержится в A ”), выражающих содержательное, необходимое следование, свели к парадоксальной льюисовой

импликации $V'AB'$, удовлетворяющейся даже на пустом множестве вещей. При таком «следовании» оказывается, что «Из противоречия (из лжи) следует все, что угодно», и Лукасевич алгебраически доказывает [4, с. 94], что Аристотель ошибся, утверждая, что «невозможно, чтобы одно и то же было необходимо и когда другое есть, и когда его нет».

Стойким приверженцем здравого смысла выступает Льюис Кэррол [5], отличающий «Все x суть y » от «Ни один xu' не существует». Первое суждение он трактует как $VxV'xu'$, а второе как $V'xu'$, полагая, что в первом содержится утверждение о существовании x -вещей, а во втором нет. Чтобы стать аристотелевым контрапозитивным следованием, кэрролову $VxV'xu'$ недостает Vy' , т. е. проблема почти решена – изыскан смысловой, неформальный подход. Но этот актуальнейший результат Кэррола и его восхитительная трехзначная диаграмма уже более ста лет остаются не востребуемыми. Совершенно очевидна справедливость его беспощадного юмора: «Я буду называть их “логиками”, надеясь, что в этом нет ничего обидного» [5, с. 329].

Вследствие допущенного «отклонения» в современных логических исчислениях невыразима силлогистика Аристотеля. Это другая проблема, которую тщетно пытаются решить логики, а вернее, другая сторона той же проблемы содержательного следования. Силлогистика, вопреки всеобщему убеждению, не удовлетворяет закону исключенного третьего. Она трехзначна, в основу ее положен несовместимый с исключением третьего диалектический принцип – постулат Гераклита-Аристотеля [6], утверждающий *сосуществование противоположностей*. Алгебраически он выражается тождеством:

$$VxVx'VyVy'VzVz' \dots \equiv 1.$$

Математический смысл его в том, что первичные (несоставные) термины силлогистики x, y, z, \dots не могут быть безусловными константами, а должны представлять собой переменные, принимающие взаимоисключающие значения согласно гераклитову «все течет, все изменяется». Существование x -вещей мыслимо лишь как сосуществование противоположностей – $VxVx'$.

Приведенные выше дизъюнктивные выражения представляют отношение следования как нечеткое множество взаимосвязанных

вещей. Отношение материальной импликации $x \rightarrow y$ в таком представлении будет $\forall xy \forall' xy' \forall x'y \forall x'y'$. Обычно используют его характеристическую функцию: $x' \vee y$. Функция, характеризующая содержательное следование в таком смысле, оказывается трехзначной: $xy \vee \sigma x'y \vee x'y'$, где σ - третье значение истинности, $0 < \sigma < 1$.

Литература

1. Слинин Я.А. Современная модальная логика. – Л: Изд-во Ленингр. ун-та, 1976.
2. Аристотель. Сочинения в четырех томах. Том 2. – М: «Мысль», 1978.
3. Гильберт Д., Аккерман В. Основы теоретической логики. – М: ИЛ, 1947.
4. Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. – М.: ИЛ, 1959.
5. Кэррол Л. Символическая логика // Льюис Кэррол. История с узелками. – М.: «Мир», 1973.
6. Брусенцов Н.П. Интеллект и диалектическая триада // «Искусственный интеллект», 2'2002, – Донецк, 2002. С. 53-57.

Доложено на Ломоносовских чтениях 2003 г. на факультете ВМиК МГУ. Опубликовано в «Программные системы и инструменты». Тематический сборник № 4. Под ред. Л.Н.Королева. – М. Издательский отдел ВМиК МГУ, 2003. С. 35-38.