

# Реанимация аристотелевой силлогистики

Н.П. Брусенцов

Стремясь устранить парадоксы материальной импликации, К.И.Льюис [1, с.8] ввел «строгую импликацию», определив ее как несуществование  $xu'$ -вещей, выражающееся отрицанием функтора существования:  $\diamond'xu'$ , что равнозначно  $M'xu'$ , а также  $V'xu'$ . Казалось бы, это такая взаимосвязь терминов  $x$  и  $y$  (которая действительно строже материальной импликации), при которой  $x$ -вещь не может быть  $y'$ -вещью и необходимо будет  $xu$ -вещью, т.е. всякая  $x$ -вещь непременно будет  $xu$ -вещью, и из  $x$  необходимо следует  $y$ . На самом деле несуществование  $xu'$ -вещей не означает еще следования  $y$  из  $x$ . Ведь для несуществования  $xu'$ -вещей достаточно несуществования  $x$ -вещей независимо от  $y$  либо несуществования  $y'$ -вещей независимо от  $x$ , причем в обоих случаях о взаимосвязанности  $x$  и  $y$  нет и речи. Ясно, что импликацию Льюиса надо уточнить, потребовав, помимо несуществования  $xu'$ , также существование  $x$ -вещей и существование  $y'$ -вещей. В результате необходимое следование  $y$  из  $x$  выразится конъюнкцией

$$\forall x \forall'xu' \forall y'$$

В совершенной нормальной форме –  $\forall xy \forall'xu' \forall x'y'$  это выражение явно свидетельствует о том, что льюисова строгая импликация  $V'xu'$  обретает характер необходимого аристотелева следования при наличии сосуществования противоположностей  $x$ ,  $x'$  и  $y$ ,  $y'$ . Именно этот диалектический постулат Гераклита-Аристотеля [2]

$$\forall x \forall x' \forall y \forall y'$$

находится в основе силлогистики. Содержательно необходимость его обусловлена тем, что сущность первичных (несоставных) терминов неопределима иначе, чем сосуществованием вещей, которым присущи, с вещами, которым антиприсущи обозначенные этими терминами качества. Вместе с тем, сосуществование противоположностей означает переменность (неконстантность) первичных терминов, благодаря которой возникает взаимосвязанность особенностей и охарактеризованных их совокупностями вещей.

В случае того же следования сосуществование противоположных особенностей  $\forall x \forall x' \forall y \forall y'$  равносильно непустоте классов  $x, x', y, y'$ . При этом пустота подкласса  $xu'$  в непустом классе  $x$  есть непустота подкласса  $xu$ , т.е. существование  $xu$ -вещей, а в непустом классе  $y'$  это непустота подкласса  $x'y'$ , т.е. существование  $x'y'$ -вещей. Таким образом, в алгебре классов следованию  $y$  из  $x$  соответствует класс, необходимо включающий подклассы  $xu$  и  $x'y'$  при необходимой исключенности  $xu'$ . Подкласс же  $x'y$ -вещей не включен в него и не исключен с необходимостью, а обладает привходящим статусом – может быть включен, может быть исключен в зависимости от еще не принятых во внимание обстоятельств. Обозначив это «третье значение истинности», промежуточное между булевыми 0 и 1, буквой  $\sigma$ , от  $\sigma\upsilon\mu\beta\epsilon\beta\eta\kappa\omicron\varsigma$  – привходящее, получим обобщенное СДНФ-выражение содержательного следования  $y$  из  $x$  в виде

$$xu \vee \sigma x'y \vee x'y'$$

Это экстенциональное (объемное) представление следования в обобщенной добавлением  $\sigma$  булевой алгебре классов. Оно равнозначно сконструированному выше интенциональному (множественному) представлению, отличающемуся, впрочем, тем, что в нем умалчиваются не антипринадлежащие множеству члены, а привходящие. Но в булевой алгебре классов принято умалчивать то, что необходимо исключено, и эта традиция соблюдена ради единообразия обобщенной и привычной людям необобщенной алгебры.

А если пренебречь привычностью, то следовало бы умалчивать привходящее, инвертируя исключаемое, как это принято в элементарных конъюнкциях и дизъюнкциях. При таком подходе, обозначив инверсию знаком минус, имеем выражение рассматриваемого нечеткого класса в виде

$$xu \vee -xu' \vee x'y'$$

Здесь необходимо включенное принимает значение 1, необходимо исключенное – значение -1, а привходящее – значение 0. Операции конъюнкции и дизъюнкции определены как выбирающие соответственно минимальное и максимальное из значений операндов; инверсия изменяет знак инвертируемого значения.

СДНФ-выражение функции  $n$  переменных кодируется  $2^n$ -тритной шкалой – вектором тритов, сопоставленных индивидуальным конъюнкциям в порядке убывания их числовых значений слева направо. При  $n = 2$  это будет вектор  $xу, xу', x'у, x'у'$ , и значение шкалы, представляющее следование  $у$  из  $x$ , отобразится четверкой  $+0+$ , где «+» означает необходимо включенное, «-» – необходимо исключенное, «0» – привходящее.

Кодирование выражений алгебры нечетких классов шкалами тритов позволяет просто и эффективно компьютеризировать обобщенную булеву алгебру аналогично компьютеризации при помощи битных шкал необобщенной (двухзначной) алгебры [3]. Шкала, отображающая СДНФ-выражение как упорядоченную совокупность его членов, называется дизъюнктивной (ДК-шкалой). Конъюнкция, дизъюнкция и булево отрицание  $n$ -терминных выражений реализуется соответственно пересечением, объединением и инверсией отображающих эти выражения ДК-шкал, т.е. компьютерными операциями побитной конъюнкции, дизъюнкции и инверсии кодирующих шкалы тритных векторов.

Включение в алгебру логики нечеткости (третьего-привходящего) открывает, наряду с адекватным представлением содержательного следования, возможность алгебраизации и компьютеризации «неклассических» логик, в частности, модальной, и силлогистики Аристотеля, отреставрированной на принципе сосуществования противоположностей [7]. Для прояснения сущности этих логик предпочтительна интенциональная (множественная) трактовка рассматриваемой совокупности вещей, употребленная выше при первоначальном конструировании формулы необходимого следования. Преимущество ее в явном выражении статуса существования посредством префикса  $\bigvee$  – аналога интегральной суммы  $\Sigma$  в математике. Посредством этого префикса (“дизъюнкта”) можно просто и исчерпывающе охарактеризовать важнейшие типы логик, сформулировав отличающие их постулаты. В сущности это характерные для данного типа общезначимые выражения (тавтологии), составляющие каждое атрибут универсума этого типа [4]:

аристотелев универсум  $УА - \forall x \forall x'$ ,  
 интуиционистский (модальный) универсум  $УИ - \forall x \vee \forall x'$ ,  
 «паранепротиворечивый» универсум Поста  $УП - \forall'x \vee \forall'x'$ ,  
 «классический» (булев) универсум  $УБ - (\forall x \vee \forall x')(\forall'x \vee \forall'x')$ ,  
 пустой универсум  $\emptyset - \forall'x \forall'x'$ ,  
 общий универсум  $УО - \forall x \vee \forall'x$

Очевидна следующая взаимосвязанность универсумов:

$УО \equiv УИ \vee УП$ ,  $УБ \equiv УИ \wedge УП$ ,  $УИ \equiv УБ \vee УА$ ,  $УП \equiv УБ \vee \emptyset$ .

В «Логике истины» Р.Х. фон Вригта [5], если функтор  $Tx$  отождествить с  $\forall'x'$ , исчисление  $TL$  будет соответствовать  $УИ$ , а исчисление  $T'L - УП$ . Если же принять  $Tx \equiv \forall x$ , то  $TL$  соответствует  $УП$ , а  $T'L - УИ$ . Однако ни в том, ни в другом случае нечеткость множеств и классов в  $T$ -исчислениях не возникает, несмотря на то, что «логика истины» трехзначна. Дело в том, что трехзначны в ней только первичные термины, как и в булевой алгебре элементарных конъюнкций и дизъюнкций, а функтор  $Tx$  подчинен закону исключенного третьего, т.е. двухзначен:  $Tx \vee T'x \equiv 1$ . Кстати, так же устроены и иные современные трехзначные логики.

У Аристотеля же все наоборот: в «началах доказательства» четкая определенность, двухзначность терминов, ибо о неопределенном нелепо рассуждать, а привходящее затем возникает как выражение нечеткой взаимосвязи четко обозначенных вещей – нечеткое их множество либо нечеткий класс. Более того, существованием термина  $x$  признается только сосуществование противоположных относительно  $x$  вещей, т.е.  $\forall x \forall x'$ , а одиночный функтор  $\forall x$ , строго говоря, выражает лишь возможность существования (потенциальное, гипотетическое существование).

Воссозданная на основе принципа сосуществования противоположностей трехзначная силлогистика Аристотеля содержит следующие восемь двухместных отношений следования, существования и тождества, выраженных традиционной символикой и представленных ДК-шкалами тритов:

$Axy \equiv Ay'x' \equiv Exy' \equiv Ey'x \equiv +-0+$

$$Ayx \equiv Ax'y' \equiv Eyx' \equiv Ex'y \equiv +0-+$$

$$Eyx \equiv Eyx' \equiv Axy' \equiv Ayx' \equiv -++0$$

$$Ex'y' \equiv Ey'x' \equiv Ax'y \equiv Ay'x \equiv 0++-$$

$$Ixy \equiv Ix'y' \equiv Iyx \equiv Iy'x' \equiv Oxy' \equiv Oyx' \equiv Ox'y \equiv Oy'x \equiv +00+$$

$$Oxy \equiv Oy'x' \equiv Oyx \equiv Ox'y' \equiv Ixy' \equiv Iy'x \equiv Ix'y \equiv Iyx' \equiv 0++0$$

$$x \Leftrightarrow y \equiv AxyAyx \equiv Exy'Eyx' \equiv +---+$$

$$x \Leftrightarrow y' \equiv ExyEy'x' \equiv Axy'Ay'x \equiv -++-$$

Компьютеризованное доказательство умозаключений (правильных модусов силлогизма) осуществляется путем представления двухтерминных посылок трехтерминными шкалами, из пересечения которых элиминацией среднего термина выявляется искомое заключение, если оно существует. Например, модус *barbara*:  $AyzAxu \Rightarrow Axz$  в трехтерминных  $x, y, z$ -шкалах реализуется так:

$$Ayz \equiv +-0++-0+$$

$$Axu \equiv +++-00++$$

$$Ayz \cap Axu \equiv +---0-0+$$

элиминация  $y$  дает  $x, z$ -шкалу  $+ -0+$ , т.е.  $Axz$ .

Подчиненность частных посылок общим доказывается пересечением кодирующих эти посылки шкал. Так, подчинение  $Axu \Rightarrow Ixu$ , равносильное  $AxuIxu = Axu$ , удостоверяется пересечением  $+ -0+ \cap +00+ = + -0+$ .

В базируемой на сосуществовании противоположностей силлогистике доказуемы все сомнительные с точки зрения классической логики модусы, а также ряд модусов, упущенных традиционной силлогистикой. Например, из посылок сомнительного модуса *bamalip* на самом деле следует не только частное, но и общее заключение:

$$Azy \equiv +0-++0-+$$

$$Ayx \equiv ++00---++$$

$$Azy \cap Ayx \equiv +0-0----+$$

Элиминировав  $y$ , имеем  $+0-+ \equiv Azx \equiv Ax'z'$ , т. е.  $AzyAyx \Rightarrow Azx$ .

Впечатляющей коррекцией традиционной теории является доказательство отрицаемого ею модуса первой фигуры  $IyzAxu \Rightarrow Ixz$ :

$$Iyz \equiv +00++00+$$

$$Axy \equiv ++--00++$$

$$Iyz \sqcap Axy \equiv +0--000+$$

что по исключении у есть +00+, т.е. Ixz.

Таким же образом доказуема правильность другого непризнанного модуса первой фигуры  $IyzExy \Rightarrow Oxz$ , а также аналогичных модусов других фигур.

Корректировка традиционной силлогистики оказывается настолько значительной, что невольно возникает подозрение, а не ошибочна ли эта коррекция, подобно большинству попыток поправлять Аристотеля. Но на сей раз ничто из добавляемого положениям его не противоречит, а сам принцип сосуществования противоположностей вполне усматривается в контрапозитивности общеутвердительного суждения:  $Axy \equiv Ay'x'$ , почему-то исследователями силлогистики упускаемой.

Даже Льюис Кэррол [6], установив, что в суждении  $Axy$  необходимо содержится  $Ixy$ , игнорируя контрапозитивность, полагает  $Axy \equiv \forall xy \forall 'xy'$ , благодаря чему устраняется только один из двух парадоксов импликации Льюиса. Именно так истолковывает  $Axy$  и традиционная силлогистика:  $Axy \equiv +-00$ ,  $Ixy \equiv +000$ ,  $Ay'x' \equiv 0-0+$ ,  $Iy'x' \equiv 000+$ . При этом модус  $AyzIxy \Rightarrow Ixz$  оказывается правильным, а  $IyzAxy \Rightarrow Ixz$  неправильным. Но беда в том, что неверно определено отношение  $Axy$  – ему не присуща контрапозитивность аристотелева содержательного следования. Чтобы логика была здоровой, непарадоксальной, необходимо принять  $Axy \equiv +-0+ \equiv Ay'x'$ ,  $Ixy \equiv +00+ \equiv Ix'y'$ , т.е. соблюсти принцип сосуществования противоположностей.

## Литература

1. Слинин Я.А. Современная модальная логика. Л., 1976.
2. Брусенцов Н.П. Интеллект и диалектическая триада // «Искусственный интеллект», 2'2002. – Донецк, 2002. С. 53-57.
3. Брусенцов Н.П., Владимирова Ю.С. Компьютеризация булевой алгебры // Доклады Академии наук, 2004, том 395, № 1. С. 7-10.
4. Брусенцов Н.П. Блуждание в трех соснах. – М.: S∨R-Аргус, 2000;  
<http://www.computer-museum.ru/books/archiv/3pines.zip>
5. Вригт Г.Х. фон. Логика истины // Г.Х. фон Вригт. Логико-философские исследования. Избранные труды. – М.: «Прогресс», 1986. С.555-579.

6. Кэррол Л. Символическая логика // Льюис Кэррол. История с узелками. – М.: «Мир», 1973. С.188-361.

7. Брусенцов Н.П. Трехзначная интерпретация силлогистики Аристотеля. // Историко-математические исследования. Вторая серия. Вып.8 (43), 2003. С.317-327.

Опубликовано: Реставрация логики. – М.: Фонд «Новое тысячелетие», 2005. С. 140-145.