

Брусенцов Н.П.

Алгебраизация безупречной логики Аристотеля путем усовершенствования кэрролова метода индексов

В современной двухзначной булевой алгебре аристотелева логика неотобразима, поскольку отношение следования в этой логике трехзначно. С.К. Клини в его обстоятельнейшей "Математической логике", утверждая, что "отношение следования является основным предметом изучения в данной книге" [1, стр. 132], не определил его ни таблицей истинности, ни алгебраическим выражением. О следовании сказано только: "говорят, что B *следует* из A или является *следствием* A , ... если в таблицах истинности для A и B формула B имеет значение t во всех тех строках, где A имеет значение t " [1, стр. 39].

С аристотелевым пониманием следования Клини не согласен: "Аристотель истолковывал высказывание "Все S суть P " как утверждение, подразумевающее существование хотя бы одного элемента из S . При аристотелевской интерпретации мы должны были бы перевести "Все S суть P " в нашу символику посредством $\exists xS(x) \& \forall x(S(x) \supset P(x))$. Основание, по которому мы предпочитаем $\forall x(S(x) \supset P(x))$, в том, что смысл этот проще и потому полезнее" [1, стр. 169].

Ясно, что отношение следования подменено материальной импликацией $x \supset u$. Потому то и оказывается, что при пустом S суждение "Все S суть P " истинно, тогда как частное "Некоторые S суть P " ложно, что совершенно несовместимо со здравым смыслом. Впрочем, сам Клини заметил, что "другой смысл термина импликации надо определять не посредством таблицы с двумя истинностными значениями" [1, стр. 19].

Действительно, ведь если следование $x \Rightarrow u$ не соблюдено, то обратное ему $u \Rightarrow x$ не исключено, но и не соблюдено с необходимостью, "ни нет, ни да", "ни f , ни t ", что свидетельствует о трехзначности отношения следования. Сущность u следует из x , если она *целиком* содержится в сущности x , т. е. подчинена рекурсии $x = xu$, которая тождественна $y' = x'y'$, $y' \Rightarrow x'$.

Трехзначное обобщение булевой алгебры естественно осуществить распространением на дизъюнктивную нормальную форму того, как выражается трехзначность членов элементарной конъюнкции – отрицаемые члены отмечены штрихом, а несущественные умалчиваются. Соответственно исключаемые члены ДНФ будем индексировать нулем, а несущественные умалчивать. При этом элементарная конъюнкция с индексом "0" (кэрролово nullity [2]) означает несовместимость составляющих ее терминов. Одиночные термины нулем не индексируемы, поскольку они не могут не существовать, а в реальном

универсумк Аристотеля УА необходимо сосуществуют с их отмеченными штрихом противоположностями – $\forall x\forall x'\forall y\forall y' \dots$.

Кэррол обозначает существование объектов, представленных булевыми выражениями, индексом "1", а несуществование – индексом "0". Например, $\forall x y'$ у него выражается как $x y'_1$, $\forall' x y'$ - как $x y'_0$.

На диаграмме Кэррола индексу "1" соответствует красная фишка, индексу "0" – серая (в русской публикации - черная). Универсум Аристотеля УА отображает диаграмма с красными фишками на всех позициях, соответствующих единичным терминам и их отмеченным штрихом противоположностям: x, x', y, y', \dots . При этом термины сосуществуют с их противоположностями, но не взаимосвязаны друг с другом. Взаимосвязи вынуждаются черными фишками, "сталкивающими" со стенок, занятых ими клеток, находящиеся на этих стенках красные фишки в соседние клетки.

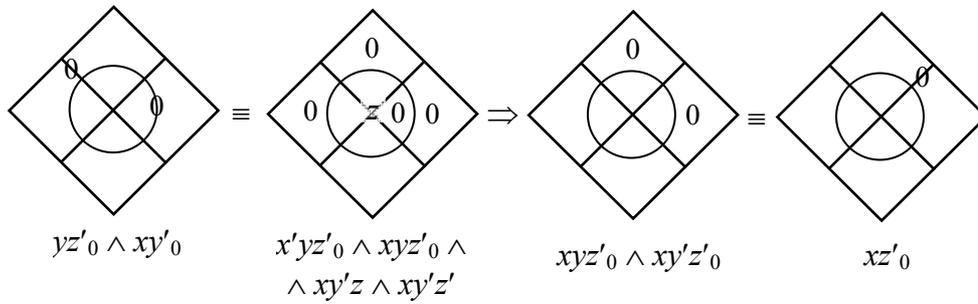
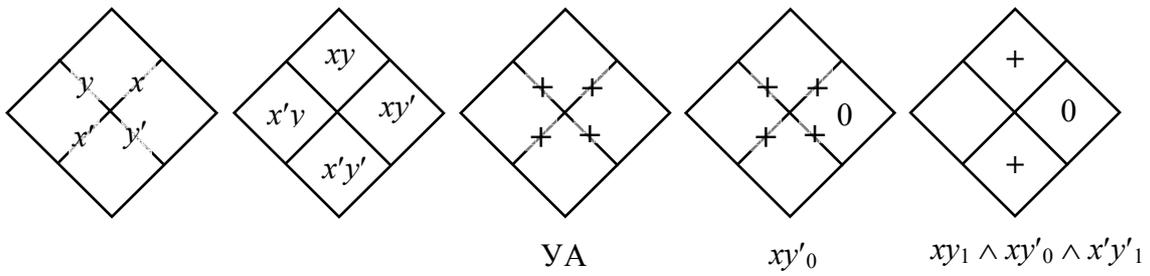
Так, черная фишка $x y'_0$, сталкивая находящиеся на стенках занятой ею клетки красные фишки x_1 и y'_1 в клетки соответственно $x y$ и $x' y'$, порождает взаимосвязанность $x y_1 \wedge x y'_0 \wedge x' y'_1$ – "все x суть y ", "все y' суть x' ". А клетка $x' y$ при этом остается не занятой, сохраняя третье значение истинности.

В отображенной диаграммой с красными фишками на всех ее одотерминных позициях универсуме Аристотеля УА любая взаимосвязь представима совокупностью только черных фишек, поскольку красные оказываются в клетках в результате сталкивания их со стенок черными. Поэтому в реальной (аристотелевой) логике Кэррола взаимосвязи представимы индексирруемыми нулем совокупностями несовместимых терминов. Например, следование $x \Rightarrow y$ есть несовместимость x с y' , т.е. $x y'_0$, означающая также $y' \Rightarrow x'$. Отношение тождества $(x=y)(y'=x')$ есть совместность несовместимостей x с y' и x' с y , т.е. $x y'_0 \wedge x' y_0$.

Представление несовместимостью терминов отношения следования позволяет осуществить посредством нее выражение и преобразование любых взаимосвязей. Например, возможна алгебраизация силлогистики отображением ее совокупностями черных фишек в аристотелевом универсуме.

Так, модус Варбара $(x \Rightarrow y)(y \Rightarrow z) \Rightarrow (x \Rightarrow z)$ отображается на трехмерной диаграмме тремя черными фишками: $x y'_0 \wedge y' z_0 \Rightarrow x z'_0$ и доказывается путем представления каждой из них конъюнкцией составляющих ее трехтерминных:

$$x y'_0 \wedge y' z_0 \equiv x y'_0 \wedge x y' z'_0 \quad x y' z'_0 \wedge x' y z'_0 \Rightarrow x y z'_0 \wedge x y' z'_0 \equiv x z'_0.$$



Литература

1. Клини С.К. Математическая логика. – М: "Мир", 1973
2. Кэррол Л. Символическая логика. // История с узелками. – М: "Мир", 1973.

Опубликовано: Н.П. Брусенцов, Ю.С. Владимирова. Аристотелева силлогистика в символической логике Льюиса Кэрролла. М: - Фонд «Новое тысячелетие», 2011. С. 3-5